Решение задачи №1.

Утвердительный ответ на этот вопрос следует из возможности перевода любого натурального числа в двоичную систему счисления, вид числа в которой, согласно формуле:

$a = a_nP^n + a_{n-1}P^{n-1} + ... + a_1P + a_0 = a_na_{n-1}...a_1a_0$ (P - ичная система счисления)

и есть сумма степеней 2, включая нулевую степень, т.е. единицу.

Решение задачи №2.

Заметим, что рассматривать можно только системы счисления с основанием больше 5, так как в системах с основанием больше 5, т.к. в системах с основанием 2,3,4 и 5 цифра 5 в алфавите отсутствует, и выражение не имеет смысла. В системах с P = 6, 7, 8, 9 — $5_p + 5_p > 10p$, а при P = 11, 12, ... — $5_p + 5_p < 10_p$, т.к. всегда $10_p = P$. Таким образом, равенство достигается лишь в десятичной системе счисления. В системах счисления с основанием $P > 5$ ($P \neq 10$) рассматриваемое неравенство выполняется.

Решение задачи №3.

При решении этой задачи мы можем рассматривать лишь те системы счисления, в которых основание $P > 4$, т.к. во всех них цифра 4 входит в алфавит. Дважды прибавляя 1 к двойке, мы всегда получим 4. Следовательно, исходное равенство достигается при любом $P > 4$.

Решение задачи №4.

Несмотря на то, что вид всех цифр в подобной системе счисления неизвестен, данное задание выполнить можно. Так как $234 = 10_{234}$, то прибавив к нему 1, получим $235 = 11_{234}$.

Решение задачи №5.

Добавление справа одного нуля к любому числу, записанному в P-ичной системе счисления, соответствует умножению на $10_p = P$, значит, в нашем случае возрастет в 6 раз.

Решение задачи №6.

Вообще говоря нет. Например, наличие последнего нуля в P-ичной записи числа говорит о его делимости на P, а не на 10. Аналогично, в системах счисления с четными основаниями, четность последней цифры в записи числа, как и в десятичной системе указывает на четность самого числа, а в остальных системах счисления это не так.

Решение задачи №7.

Согласно формуле $a = a_nP^n + a_{n-1}P^{n-1} + ... + a_1P + a_0 = a_na_{n-1}...a_1a_0$ (P-ичная система счисления) получаем уравнение $P^2 + 7P + 3 = 371$. Полученное уравнение имеет один целый положительный корень - 16, значит, искомой является шестнадцатеричная система счисления.

Решение задачи №8.

Предположим, что такая система счисления существует, обозначим ее основание через P. Тогда справедлива следующая система уравнений относительно P

$3P^0 + 4P^0 = 7P^0$,

$3P^0 \times 4P^0 = P + 3P^0$,

$3P + 9P^0 + 2P + 9P^0 = 7P$.

Из двух последних уравнений следует, что P = 9.

Но в позиционной системе счисления с основанием 9 нет цифры "9", т.е. в этой системе счисления нельзя записать числа 29 и 39.

Значит, такой системы счисления не существует.

Решение задачи №9.

Запишем этот пример на сложение столбиком:

```
  1x01
+  1xx
———
1x100
```

Отметим, что вместо "х" может стоять либо "0", либо "1", так как мы работаем в двоичной системе счисления.
Будем анализировать проведенную операцию поразрядно, начиная с самого младшего (нулевого) разряда.
0-ой разряд:
1 + х =0, так как значение младшего разряда суммы ноль, то произошел перенос в следующий разряд, следовательно, вместо "х" надо поставить "1": 1 +1 =10_2.
1-й разряд:

учитывая перенос из 0-го разряда, запишем 0 + х + $1_{перенос}$ = 0. Очевидно, что вместо х надо поставить "1", так как и здесь произошел перенос в следующий разряд. Получаем 1 + 1 = 10_2, т. е. ноль в текущем разряде и перенос единиц в следующий разряд.

2-ой разряд:

учитывая перенос из 1-го разряда, запишем х + 1 + $1_{перенос}$ = 1. Т.к. 1 + 1 = 10_2, а в результате стоит единица, а не ноль, следовательно, вместо "х" должна стоять "1" и опять произошел перенос единицы в следующий разряд.

3-ий разряд:

учитывая перенос из 2-го разряда, запишем 1 + $1_{перенос}$ = х. Т.к. 1 + 1 = 10_2, то "х" заменяем на "0" и запоминаем, что произошел перенос единицы в следующий разряд.

4-ый разряд:

ни в одном из слагаемых нет значащей цифры в 4-ом разряде, "1", стоящая в 4-ом разряде суммы получена за счет переноса, и мы верно восстановили недостающие цифры.

Ответ: 1101 + 111 = 10100.

Решение задачи №10.

Для решения этой задачи надо, во-первых, выписать все числа, попадающие в указанный интервал, а во-вторых, знать, какие числа являются четными.

Выпишем все числа, попадающие в указанный интервал:

1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20.

Число называется четным, если оно делится на два без остатка. Чтобы выполнить операцию деления в пятеричной системе счисления, надо иметь таблицу умножения в пятеричной системе. Но эту задачу можно решить гораздо проще. Так как числа выписаны подряд в порядке возрастания и последовательность чисел начинается с нечетного числа, то каждое второе число будет четным.

Ответ: 2, 4, 11, 13, 20.

Решение задачи №12.

Поскольку надо найти 1999-ю цифру после запятой, достаточно перевести в четверичную систему счисления дробную часть, то есть число 0,45. Имеем:

0,45 x 4 = 1,8
0,8 x 4 = 3,2
0,2 x 4 = 0,8
0,8 x 4 = 3,2 (дробная часть совпала с уже встречавшейся ранее).

Получили бесконечную дробь с периодом (30) и непериодической частью, равной 1.

Таким образом, $0{,}45 = 0{,}1(30)_4$.

Найдем теперь 1999-ю цифру этого числа. Первая цифра после запятой - единица; остаются еще 1998 цифр, находящихся в периодической части. Число 1998 четное, т.е. последовательность из двух цифр (30) повторится целое число раз. Поэтому 1999-ой цифрой будет 0.

Решение задачи №13.

В троичной системе счисления используется цифры 0, 1, 2. Самое большое число, которое можно высветить на экране калькулятора 2222.

$2222_3 = 80_{10}$. Значит, самое большое десятичное число, с которым может работать калькулятор - 80.